

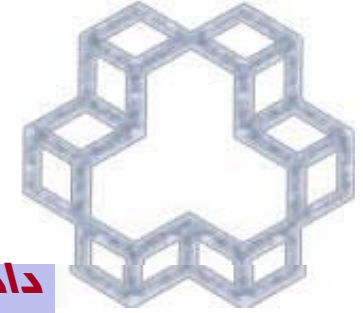
# طراحی برای نمش

## فصل سوم مقطع مستطیلی با فولاد مضاعف



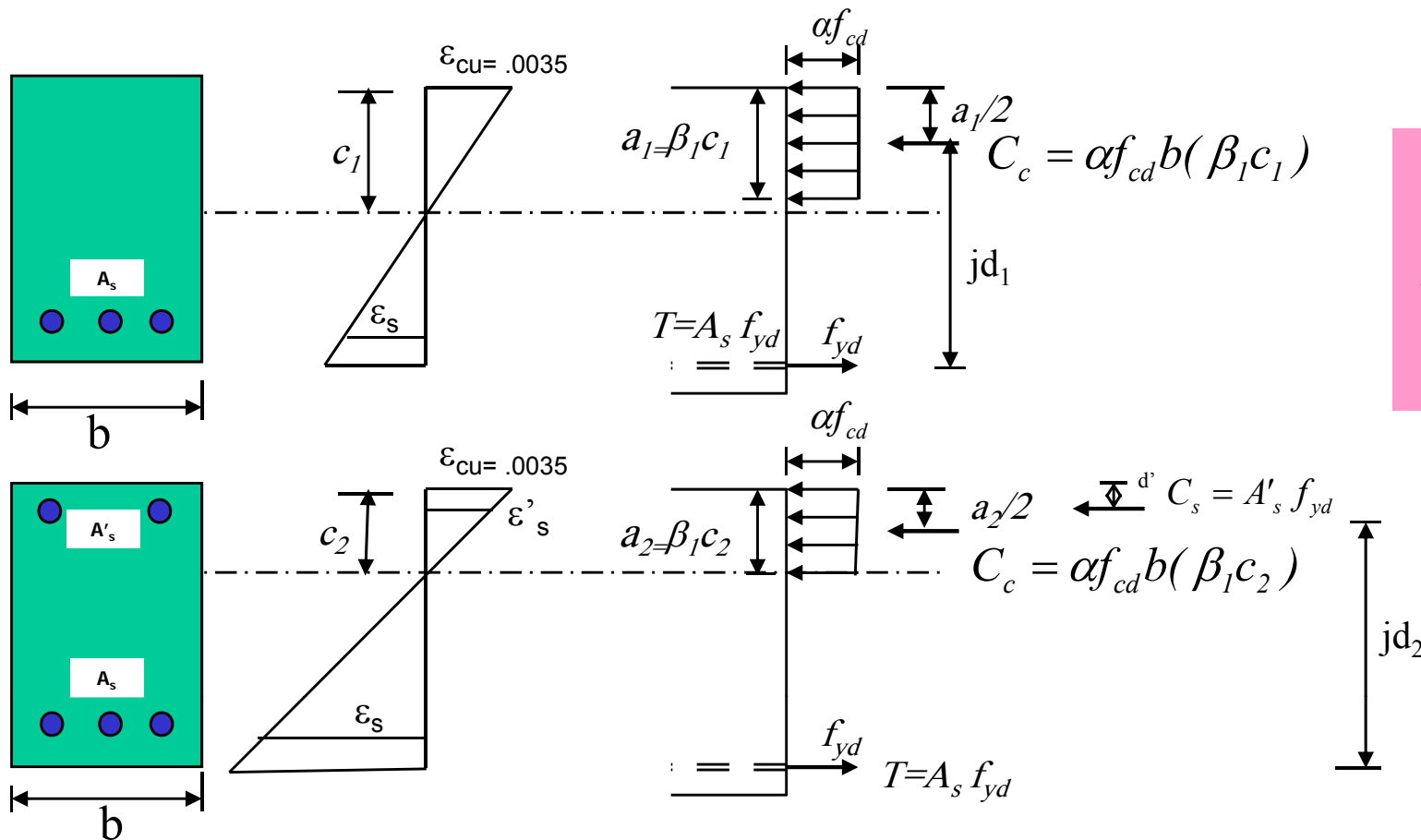
### جزوه بتن ۱

تدوین : دکتر سید بهرام بهشتی

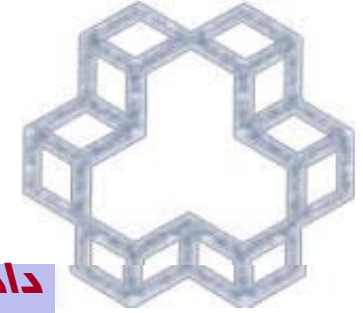


## اثر فولاد فشاری

مقایسه توزیع کرنش در دو تیر با  $A_s$  یکسان :  
جهت برقراری تعادل بتن کمتری نیاز داریم در نتیجه تار خنثی به سمت بالا حرکت می کند.



مهمترین اثر فولاد فشاری:  
× افزایش شکل پذیری مقطع  
×× تا حدودی مقاومت مقطع را نیز  
افزایش می دهد.



## مقطع ۱

$$T = A_s f_{yd}$$

$$T = C_1 = \alpha f_{cd} b a_1 = \alpha f_{cd} b \beta_1 c_1$$

$$c_1 = \frac{A_s f_{yd}}{\alpha f_{cd} b \beta_1}$$

$$T = C = C_{C_1} ; M_{r1} = A_s f_{yd} j d_1$$

$$j d_2 > j d_1$$

## مقطع ۲

$$T = A_s f_{yd}$$

$$T = C_s + C_c$$

$$= A'_s f_{yd} + \alpha f_{cd} b a_2$$

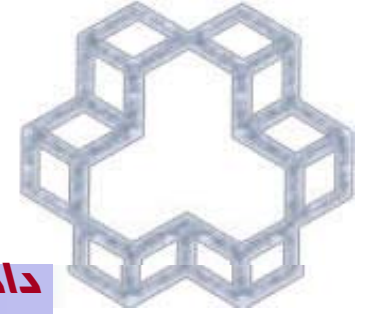
$$= A'_s f_{yd} + \alpha f_{cd} b \beta_1 c_2$$

$$c_2 = \frac{A_s f_{yd} - A'_s f_{yd}}{\alpha f_{cd} b \beta_1}$$

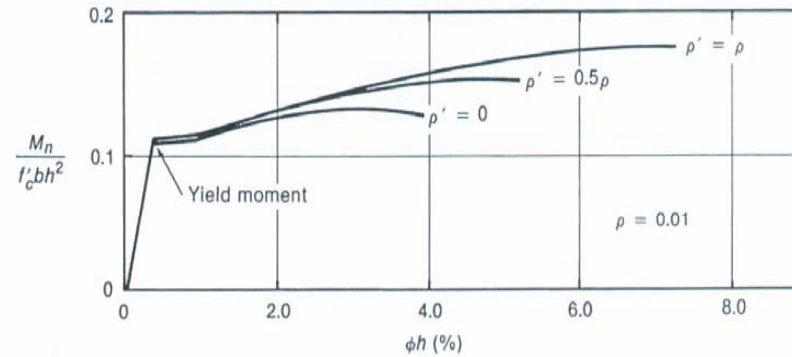
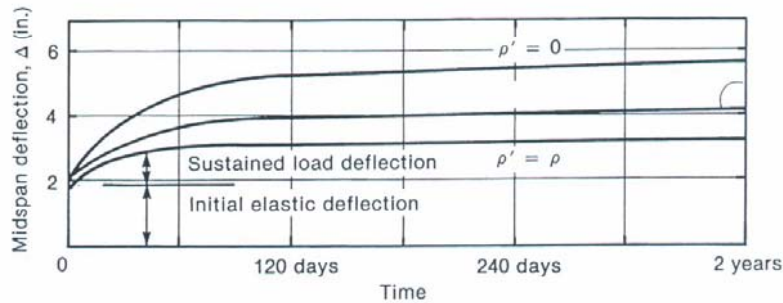
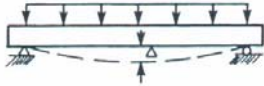
$$T = C = C_c + C_s ; M_{r2} = A_s f_{yd} j d_2$$

$$M_{r2} > M_{r1}$$

با افزایش  $A'_s$  ناحیه فشاری تقویت می شود، بنابراین بتن کمتری برای مقاومت در برابر مقدار داده شده  $T$  مورد نیاز است. N.A بالاتر می رود ( $c_2 < c_1$ ) بنابراین ( $a_2 < a_1$ ) و مقدار  $\epsilon_s$  زیاد می شود. ( $\epsilon_{s2} > \epsilon_{s1}$ )



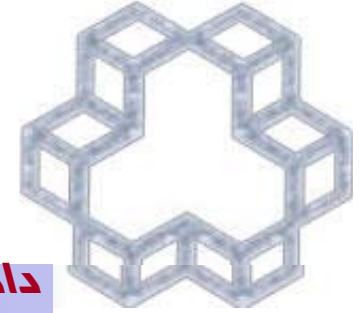
## دلایل تأمین فولاد فشاری



××× فولاد فشاری از خزش نیز جلوگیری می کند بدین طریق که بار اضافی که بتن تحمل نمی کند توسط فولاد تحمل می شود.

- اثر کمتر روی مقاومت و شکل پذیری در تیرهای بتن مسلح  $\rho < \rho_b$
- تغییر مود شکست از فشار به کشش . هنگامی که  $\rho < \rho_{bal}$ ، افزایش AS باعث تقویت می شود.
- ناحیه فشاری به فولاد کششی این اجازه را می دهد تا قبل از شکست بتن جاری شود.
- نسبت فولاد مؤثر  $(\rho - \rho')$
- سهولت در ساخت، استفاده به عنوان میلگردهای گوشه جهت نگهداری و مهار خاموت ها.

- کاهش خیز ناشی از بارهای دائمی
- بار به فولاد فشاری منتقل می شود بنابراین تنش در بتن کاهش می یابد.
- خزش کمتر
- خیز کمتر ناشی از بارهای دائمی
- کاهش عمق بلوک تنش در نتیجه افزایش کرنش فولاد و منحنی های بزرگتری به دست می آیند.
- افزایش شکل پذیری به دلیل عمق کمتر تار خنثی



## چهار مود امکان پذیر شکست

### • شکست تحت مسلح (under-reinforced Failure):

– (حالت ۱) فولاد کششی و فشاری جاری شوند.

– (حالت ۲) تنها فولاد کششی جاری شود.

### • ~~شکست فوق مسلح (over-reinforcement Failure):~~

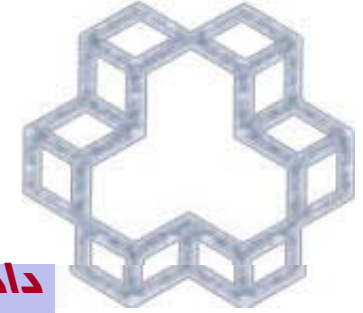
– (حالت ۳) تنها فولاد فشاری جاری شود.

– (حالت ۴) جاری شدن اتفاق نیفتد و بتن بشکند.



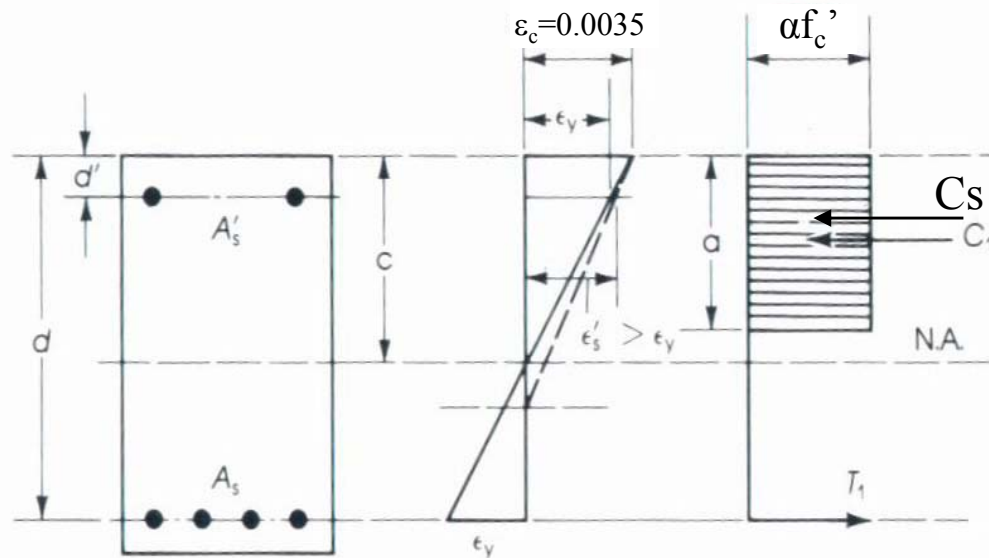
× × چون طراحی بر مبنای شکست نرم می باشد همواره سعی می شود تا فولاد کششی جاری شود.

× همانطور که ملاحظه می شود، وضعیت فولاد کششی در شکست ترد و نرم موثرتر است.



## آنالیز مقطع مستطیلی با فولاد مضعف

(حالت ۱)



• فرض کنید  $A_s$  و  $A'_s$  جاری شده است:

$$f_s = f_{yd}$$

$$C_c = \alpha f_{cd} b a$$

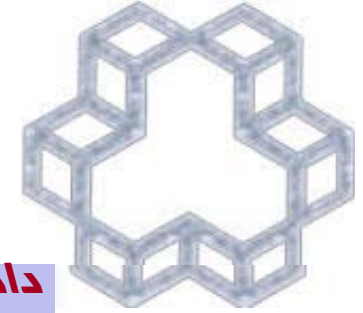
$$T = A_s f_{yd}$$

$$C_s = A'_s (f_{yd} - \alpha f'_c)$$

• استفاده از معادله تعادل و به دست آوردن  $a$ :

$$T = C_c + C_s \Rightarrow a = \frac{A_s f_{yd} - A'_s (f_{yd} - \alpha f_{cd})}{\alpha f_{cd} b}$$

$$c = \frac{a}{\beta_1}$$



## آنالیز مقطع مستطیلی با فولاد مضاغف

### ادامه (حالت ۱)

• چک کردن فرض:

$$\epsilon'_s = \left( \frac{c - d'}{c} \right) \epsilon_{cu}$$

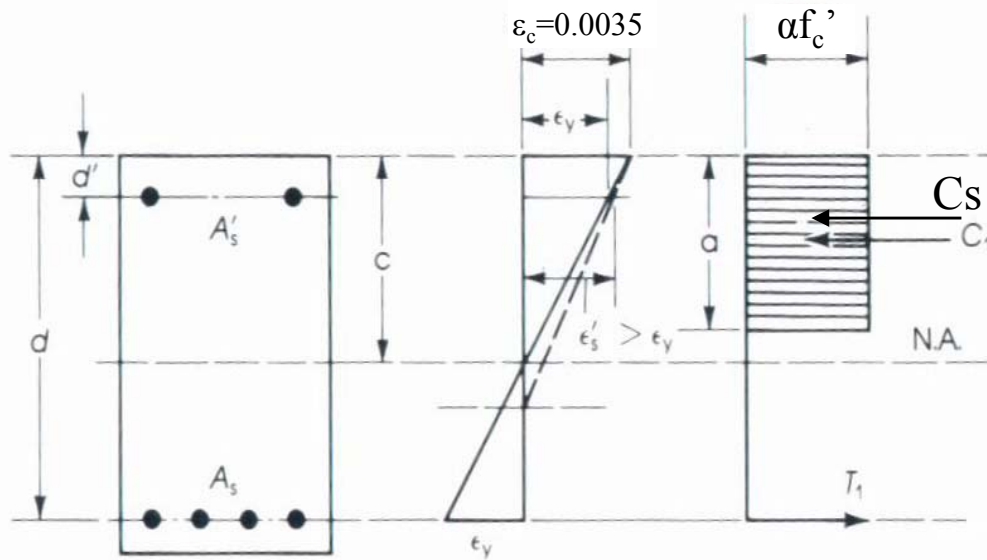
$$\epsilon_s = \left( \frac{d - c}{c} \right) \epsilon_{cu}$$

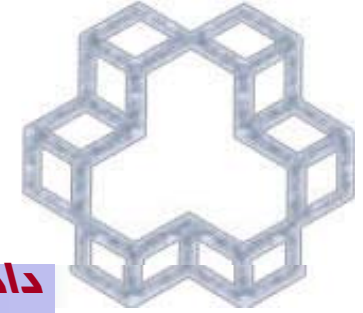
• تأیید:

$$\epsilon'_s \geq \epsilon_y = \frac{f_y}{E_s}; \quad \epsilon_s \geq \epsilon_y$$

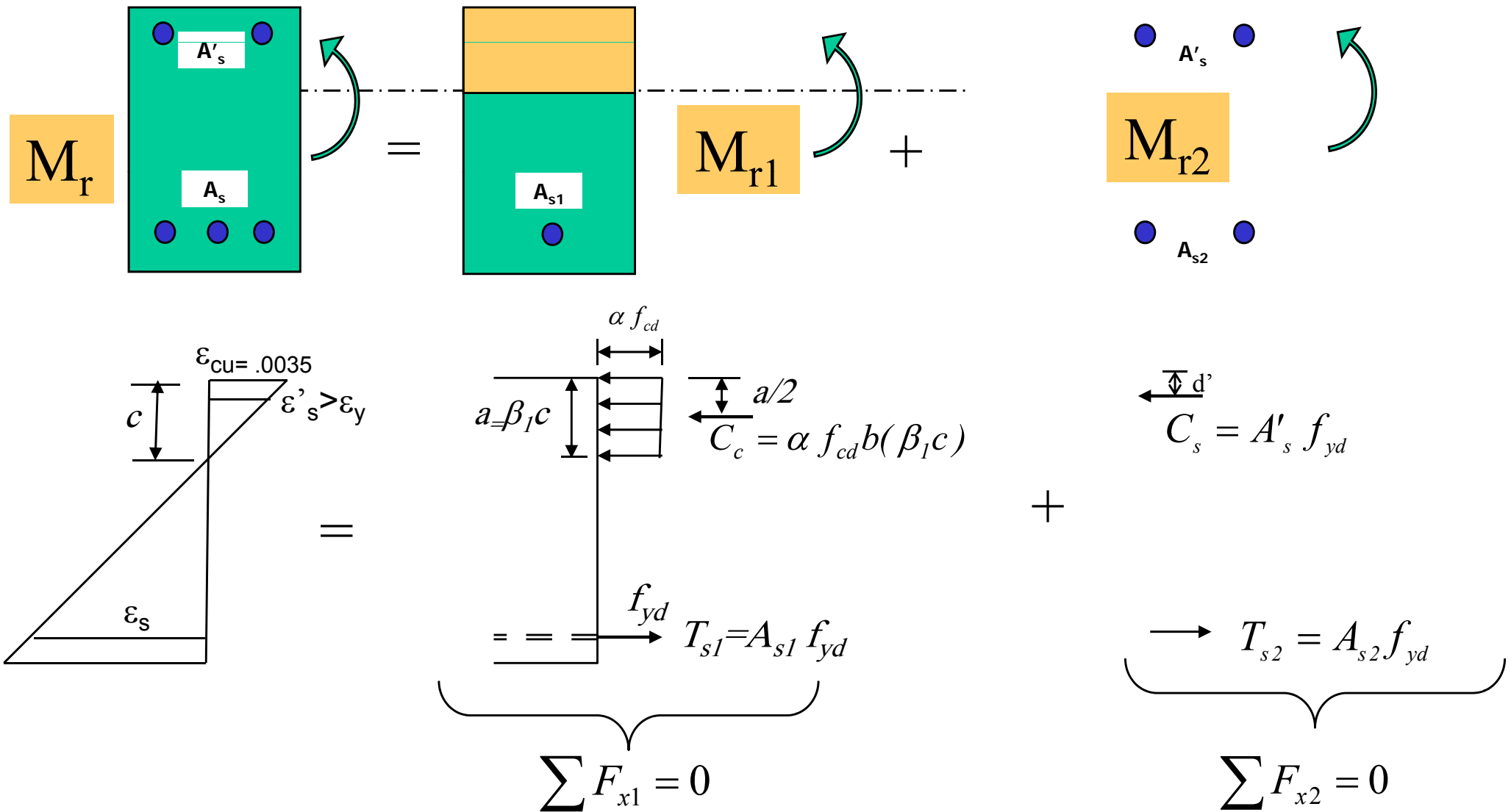
• محاسبه لنگر مقاوم:

$$M_r = C_c \left( d - \frac{a}{2} \right) + C_s (d - d')$$

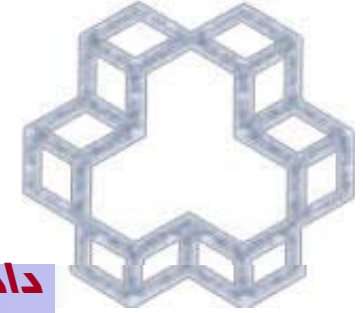




نگرشی دیگر به محاسبه لنگر مقاوم مقطع مضاعف







با فرض تقسیم فولاد کششی به دو بخش که قسمت اول آن با بلوک فشاری بتنی و مابقی با فولاد فشاری در تعادل باشد، می توان ظرفیت خمشی مجموع دو مقطع فرضی را معادل مقطع بتنی با فولاد مضاعف در نظر گرفت.

$$A_s = A_{s1} + A_{s2}$$

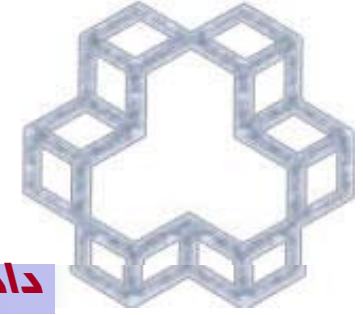
$$\sum F_{x2} = 0 \rightarrow A'_s = A_{s2}$$

$$\sum F_{x1} = 0 \rightarrow a = \frac{A_{s1} f_{yd}}{\alpha f_{cd} b} = \frac{(A_s - A'_s) f_{yd}}{\alpha f_{cd} b}$$

$$\Rightarrow M_{r1} = (A_s - A'_s) f_{yd} (d - a / 2)$$

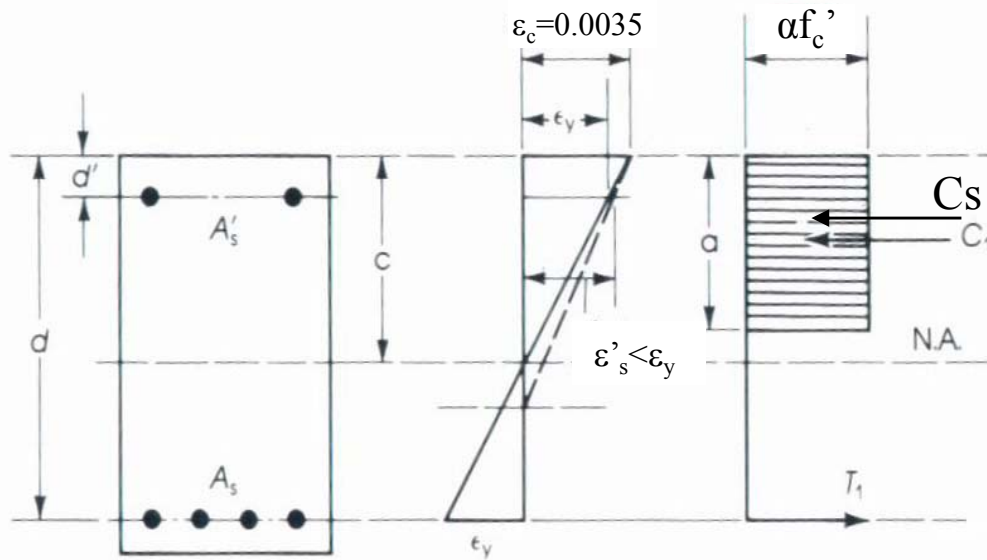
$$M_{r2} = A'_s f_{yd} (d - d')$$

$$M_r = M_{r1} + M_{r2}$$



## آنالیز مقطع مستطیلی با فولاد مضاعف

( حالت ۲ )



• فرض کنید  $A'_s$  هنوز جاری نشده است :

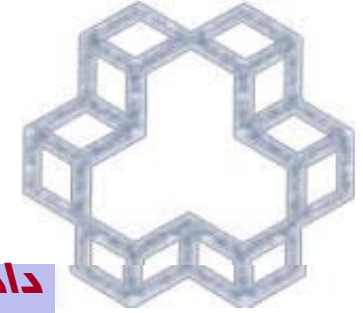
$$C_c = \alpha f_{cd} ba = \alpha f_{cd} b \beta_1 c$$

$$T = A_s f_{yd}$$

با استفاده از مثلث مشابه :

$$\varepsilon'_s = \left( \frac{c - d'}{c} \right) \varepsilon_{cu}$$

$$C_s = A'_s (f_s - \alpha f_{cd}) \text{ Where } f_s = E_s \varepsilon'_s$$



## آنالیز مقطع مستطیلی با فولاد مضاعف

ادامه ( حالت ۲ )

• معادله تعادل:

$$T = C_c + C_s$$

× حل معادله درجه دوم جهت یافتن N.A و c

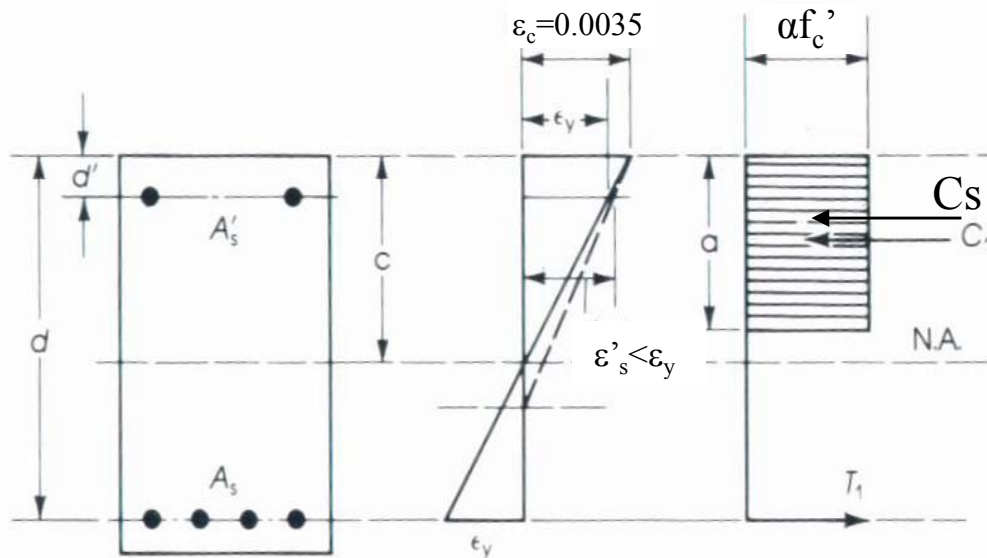
• چک کردن فرض:

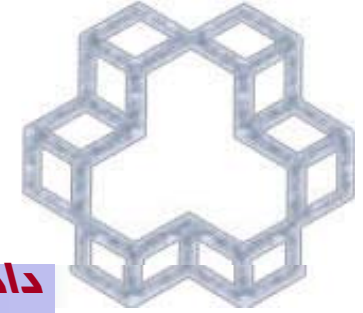
$$\epsilon'_s \leq \epsilon_y \quad \epsilon_s \geq \epsilon_y$$

• محاسبه:

$$a = \beta_1 c$$

$$M_r = C_c \left( d - \frac{a}{2} \right) + C_s (d - d')$$





## آنالیز مقطع مستطیلی با فولاد مضاعف

راه حلی دیگر جهت محاسبه  $M_r$

به کارگیری آزمون وخطا برای محاسبه  $c$

– سعی اول  $c = (1/3) * d$

– محاسبه  $T, C_s, f'_s, \epsilon'_s$

– کنترل

- $T < C_c + C_s$  (کاهش  $c$ )
- $T > C_c + C_s$  (افزایش  $c$ )

– تکرار تا زمانی که  $T = C_c + C_s$

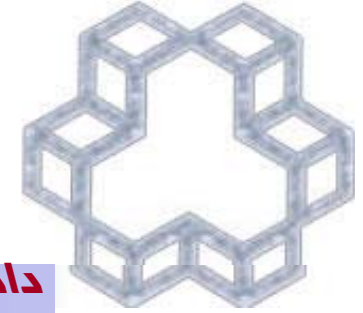
– محاسبه  $M_r$

## حداقل فولاد کششی

حداقل مقدار  $\rho$  همانند تیر بتنی بدون فولاد مضاعف است.

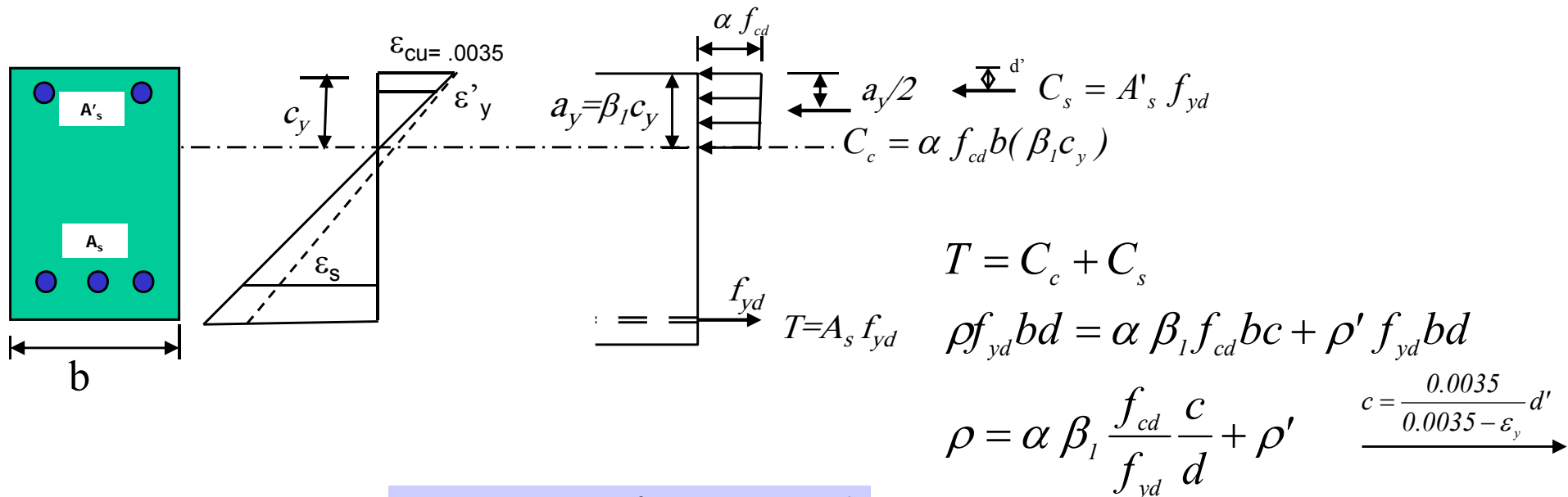
$$\rho_{\min} = \frac{1.4}{f_y}$$

$$\rho_{\min} = \frac{0.25\sqrt{f'_c}}{f_y}$$



## معیار سیلان فولاد فشاری در مقاطع مستطیلی

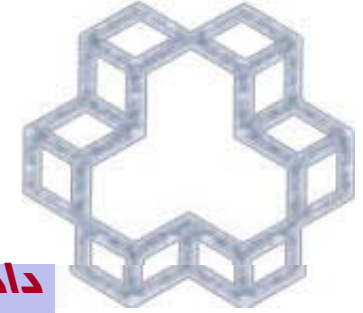
با فرض آنکه فولاد فشاری در آستانه تسلیم باشد، از تعادل نیروها در مقطع، میزان فولاد کششی لازم را محاسبه کرده و با فولاد کششی موجود مقایسه می کنیم. چنانچه میزان فولاد موجود بیشتر از لازم باشد، فولاد فشاری جاری شده است. دقت کنید که در مقطع فرض کردیم که فولاد کششی در مقطع فوق جاری شده که می باید بررسی گردد.



فولاد موثر موجود

$$\rho - \rho' \geq \alpha \beta_1 \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \frac{700}{700 - f_y} \frac{d'}{d}$$

فولاد فشاری جاری می شود



## حداکثر فولاد کششی در مقاطع مستطیلی

### الف) فرض سیلان فولاد فشاری

با توجه به یکی بودن توزیع کرنش در مقطع مضاعف، با مقطع با فولاد موثر (AS-A's) و لذا کرنش مساوی فولاد کششی مقطع اصلی مضاعف با کرنش فولاد کششی مقطع با فولاد موثر، می توان چنین برداشت نمود که میزان فولاد کششی حداکثر در مقطع مضاعف متناسب با میزان فولاد حداکثر مقطع با فولاد موثر برآورد می گردد. لذا کافی است میزان فولاد کششی، مقطع با فولاد موثر را با میزان فولاد حداکثر یک مقطع تک فولاده که قبلا بدست آوردیم مقایسه کنیم.

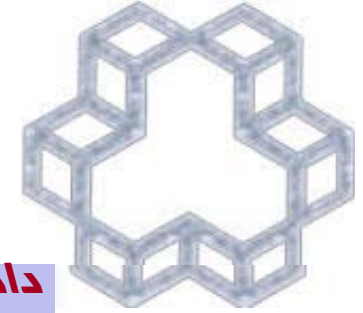
$$A_{sb} \geq A_s - A'_s \rightarrow A_{sb} + A'_s \geq A_s \rightarrow \underbrace{\rho_b + \rho'}_{\bar{\rho}_b} \geq \rho$$

### ب) فرض عدم سیلان فولاد فشاری

چنانچه فولاد فشاری در مقطع بالانس فرضی جاری نشده باشد، از تعادل مقطع دوم خواهیم داشت:

$$A'_s f'_{sb} = A_{s2} f_y \rightarrow A_{s2} = \frac{A'_s f'_{sb}}{f_y} \rightarrow A_{s1} = A_s - \frac{A'_s f'_{sb}}{f_y} \Rightarrow \bar{\rho}_b = \rho_b + \rho' \frac{f'_{sb}}{f_y}$$

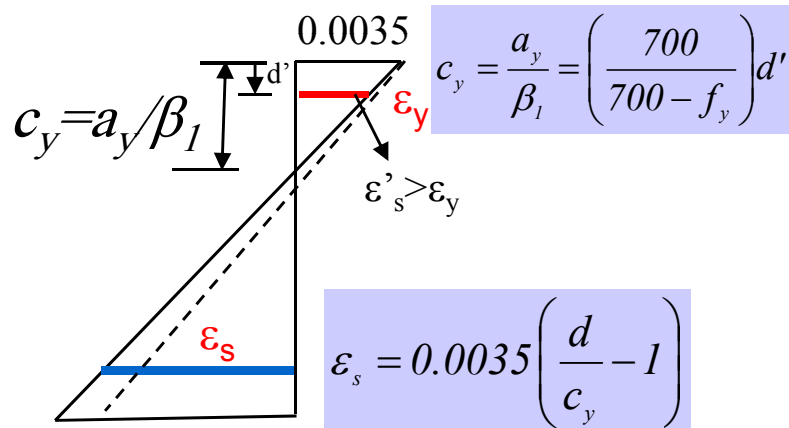
$$f'_{sb} = E_s \varepsilon'_s = E_s \left[ 0.0035 - \frac{d'}{d} (0.0035 + \varepsilon_y) \right] = 700 - \frac{d'}{d} (700 + f_y) \leq f_y$$



## بررسی وضعیت سیلان فولادها در مقاطع کلی

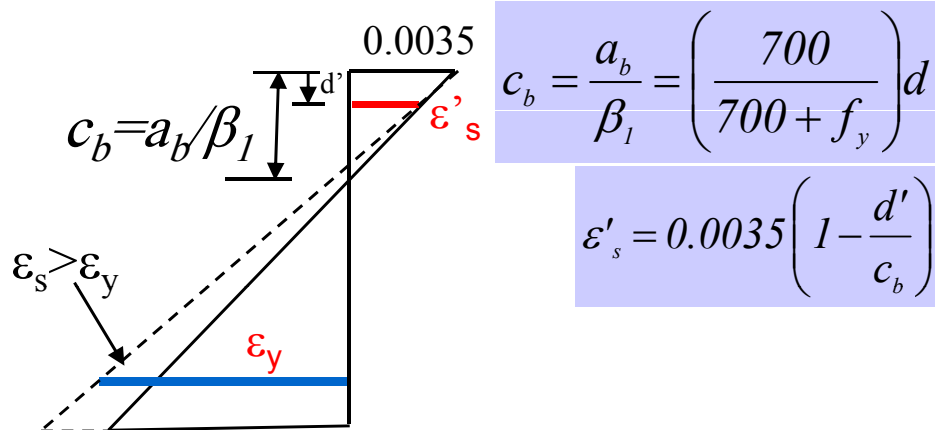
همانطور که ملاحظه گردید می توان با فرض سیلان فولاد کششی و فشاری در قدم اول میزان ارتفاع بلوک فشاری را تعیین نمود و سپس به بررسی وضعیت سیلان فولادها پرداخت. این روش ممکن است برای مقاطع غیر مستطیلی تا حدودی طولانی باشد. بدین جهت با تغییر استراتژی تا حدودی سعی می کنیم تا روش را کوتاه تر نماییم.

### ۱- فولاد فشاری

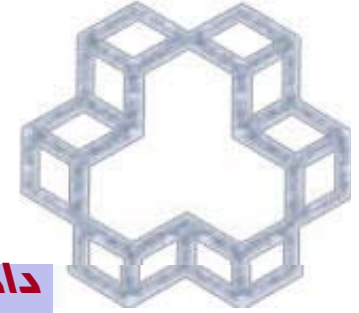


ارتفاع تار خشی  $c_y$  را از تشابه مثلثها در دیاگرام توزیع کرنش مقطع به گونه ای می یابیم که فولاد فشاری در آستانه تسلیم باشد ( $\epsilon_y$ ) سپس بر این اساس از تعادل نیروهای افقی میزان فولاد کششی را می یابیم که چنانچه در مقطع باشد چنین گردد. میزان فولاد کششی موجود را با مقدار محاسبه شده مقایسه می کنیم. چنانچه مقدار بیشتری موجود باشد نشان دهنده سیلان فولاد فشاری است و گرنه برعکس.

### ۲- فولاد کششی



ارتفاع تار خشی  $c_b$  را از تشابه مثلثها در دیاگرام توزیع کرنش مقطع به گونه ای می یابیم که فولاد کششی در آستانه تسلیم باشد ( $\epsilon_y$ ) سپس بر این اساس از تعادل نیروهای افقی میزان فولاد کششی حداکثر را می یابیم که چنانچه در مقطع باشد چنین گردد. میزان فولاد کششی موجود را با مقدار محاسبه شده مقایسه می کنیم. چنانچه مقدار کمتری موجود باشد نشان دهنده سیلان فولاد کششی موجود است و گرنه برعکس.



## طراحی تیر با فولاد مضاعف با معلوم بودن مقطع

۱. محاسبه لنگر طراحی بر اساس ترکیب بارگذاری غالب ( $M_u$ )

۲. تخمین  $d$  بر حسب ارتفاع  $h$  تیر

$$d = h - (3.5 + 1 + 1) \sim D-6 \quad \text{برای یک لایه فولاد}$$

$$d = h - (3.5 + 1 + 2 + 1.25) \sim D-9 \quad \text{برای دو لایه فولاد}$$

۳. تخمین نسبت  $c/d$  که سبب کرنش  $\epsilon_t > \epsilon_y$  در لایه فولاد کششی شود و محاسبه سطح  $A_{s1}$  برای فولاد تک آرمه. (محاسبه  $c$  از  $d$ )

$$A_{s1} = \frac{\alpha f_{cd} \beta c b}{f_{yd}}$$

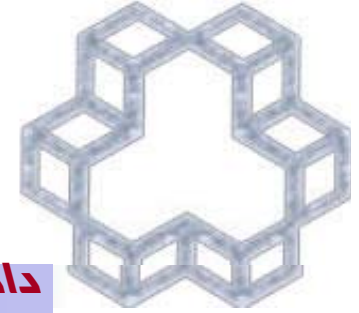
۴. محاسبه لنگر مقاوم تامین شده بر اساس  $A_{s1}$ :

$$M_1 = A_{s1} f_{yd} (d - a / 2)$$

۵. محاسبه لنگر مقاوم تامین شده توسط فولاد فشاری:

$$M_2 = M_u - M_1$$





× اگر  $M_2 \leq 0$  نیازی به فولاد فشاری برای تحمل  $M_r$  نیست.

× × اگر  $M_2 > 0$  به قدم ۶ بروید.

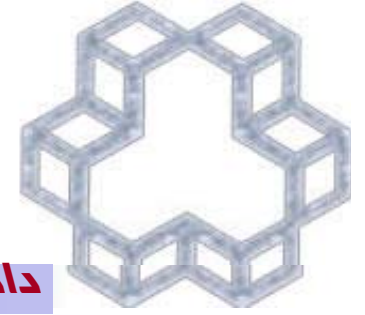
۶. محاسبه  $A's$  لازم جهت مقاومت  $M_2$

$$A'_{s(req'd)} = \frac{M_2}{(d - d') f_{yd}}$$

۷. محاسبه فولاد کششی لازم:

$$A_{s(req'd)} = A_{s1} + A'_{s(req'd)}$$

۸. انتخاب میلگردهای فولادی بطوریکه  $As(provided) \geq As(req'd)$  و  $A's \geq A's(req'd)$ . مطمئن شوید که فولادها در عرض مقطع جای می گیرند.



۹. اطمینان از  $\varepsilon'_s \geq \varepsilon_y$  و گرنه بازگشت به قدم ۶ و جایگزینی  $f'_s = E_s \varepsilon'_s$  به جهت  $f_y$  جهت محاسبه صحیح  $A'_{s(\text{req'd})}$
۱۰. محاسبه مقدار واقعی  $M_r$  برای ابعاد مقطع و فولاد انتخاب شده. کنترل  $M_u \leq M_r$  (حفظ مقاومت اضافی در حدود ۱۰٪)
۱۱. کنترل آنکه  $\rho$  در محدوده مجاز است یا خیر